Олимпиада Юношеской Математической Школы 2012 г.

Задачи первого (заочного) тура

5–6 классы

1. Составьте квадрат 7×7 клеток из пяти таких прямоугольников: 1×4, 2×4, 2×5, 2×6, 3×5.
2. Среди трёх Маш, трёх Ань и двух Даш — четыре блондинки и четыре брюнетки. Может ли оказаться так, что у каждой девочки в этой компании есть хотя бы одна тёзка с тем же цветом волос? Не забудьте обосновать свой ответ.
3. В доме все комнаты прямоугольные. В одной из комнат в стене последовательно расположены три двери с такими надписями.
   Первая дверь: «Эта дверь ведёт в ту же комнату, что и вторая дверь».
   Вторая дверь: «Эта дверь ведёт в комнату, в которую не ведут ни первая, ни третья дверь».
   Третья дверь: «Эта дверь ведёт в ту же комнату, что и первая дверь».
   Ровно одно из этих утверждений ложно. Какое? (Укажите все возможные варианты ответа и докажите, что других нет.)
4. На доске написано 100 чисел: 2, 4, 6, ..., 200. За один ход можно поменять местами два числа, если одно из них делится на другое. Можно ли с помощью таких действий переставить эти числа в обратном порядке: 200, 198, 196, ..., 2? Не забудьте обосновать свой ответ.
5. У короля есть прямоугольный остров, разбитый на несколько прямоугольных участков, принадлежащих феодалам. В ответ на заданный каждому вопрос «сколько у Вас соседей?» было дано ровно два вида ответов: «три» и «семь» (участки соседние, если у них есть общий отрезок границы). При каком наименьшем количестве участков такое возможно? Не забудьте обосновать свой ответ.
6. Максим сложил два числа. После этого он заменил все цифры на буквы (одинаковые цифры на одинаковые буквы, разные — на разные). Получился такой пример: ЗАДАЧА + УДАЧА = РЕШЕНИЕ. Докажите, что Максим где-то ошибся.
7. В алфавите племени АБУМ две гласные буквы — А, У и две согласные — Б, М. Все слова племени АБУМ состоят из 13 букв, причём гласные чередуются с согласными. Слова, которые содержат комбинацию БУ или БАМ, считаются плохими, а слова, которые содержат БА или МАМ, — милыми. Каких слов больше — плохих или милых? Не забудьте обосновать свой ответ.

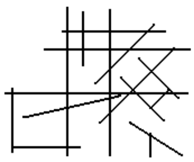
Решения олимпиады Вы можете **с 1 по 8 октября** (включительно) с 16:00 до 19:00 сдать по адресу: *14 линия Васильевского острова, д. 29*. Также Вы можете отправить свою работу по почте **до 8 октября** на адрес: *198504, Старый Петергоф, Университетский пр., д. 28, математико-механический факультет СПбГУ, ЮМШ*. Контактный телефон ЮМШ: 573-97-32. Сайт: http://yumsh.spbu.ru.

Внимание!

В понедельник, 1 октября 2012 года, Юношеская Математическая Школа при содействии ЦДО "Дистантное обучение" организует интернет-карусель для 5-6-классников. Для участия в соревновании понадобится компьютер с постоянным (в течение игры) выходом в Интернет. Необходима предварительная регистрация на сайте http://karusel.desc.ru

7–8 классы

1. Пятеро детей водили хоровод вокруг ёлки 30-го и 31-го декабря. Верно ли, что, как бы они ни встали в хоровод 31-го, найдутся двое соседей, которые уже были соседями в хороводе 30-го?
2. В доме все комнаты прямоугольные. В одной из комнат в стене последовательно расположены три двери с такими надписями.
   Первая дверь: «Эта дверь ведёт в ту же комнату, что и вторая дверь».
   Вторая дверь: «Эта дверь ведёт в комнату, в которую не ведут ни первая, ни третья дверь».
   Третья дверь: «Эта дверь ведёт в ту же комнату, что и первая дверь».
   Ровно одно из этих утверждений ложно. Какое? (Укажите все возможные варианты ответа и докажите, что других нет.)
3. Максим сложил два числа. После этого он заменил все цифры на буквы (одинаковые цифры — на одинаковые буквы, разные — на разные). Получился такой пример: ЗАДАЧА + УДАЧА = РЕШЕНИЕ. Докажите, что Максим где-то ошибся.
4. На шахматной доске стоят 5 ладей и несколько коней, причём никакие две фигуры не бьют друг друга. Каково максимально возможное количество коней? (Не забудьте доказать, что оно действительно максимально.)
5. (*только для 7 класса*) Придумайте такую фигуру, что и из 16, и из 18 её экземпляров можно сделать квадрат. Все экземпляры должны быть равными, то есть одинаковыми по форме и размеру.
5. (*только для 8 класса*) Костя нарисовал треугольник и точно измерил в нём длины трёх сторон и трёх медиан. У него получилось шесть различных чисел. Эти числа он сообщил Саше, не уточняя, какие из них — длины сторон, а какие — длины медиан. Докажите, что Саша сможет определить хотя бы одно из чисел, являющееся длиной стороны.
6. Есть 11 трёхзначных чисел. В каждой паре этих чисел большее поделили на меньшее с остатком. Все остатки получились отличными от нуля. Доказать, что один из остатков не меньше 10.
7. Маша положила на стол несколько отрезков и обнаружила четыре квадрата, все стороны которых лежат на этих отрезках. Все четыре квадрата были разных размеров. (Пример такого расположения отрезков показан на рисунке.) Докажите, что Маша может переложить отрезки так, чтобы квадратов оказалось шесть (и все разных размеров).



Решения олимпиады Вы можете **с 1 по 8 октября** (включительно) с 16:00 до 19:00 сдать по адресу: *14 линия Васильевского острова, д. 29*. Также Вы можете отправить свою работу по почте **до 8 октября** на адрес: *198504, Старый Петергоф, Университетский пр., д. 28, математико-механический факультет СПбГУ, ЮМШ*. Контактный телефон ЮМШ: 573-97-32. Сайт: http://yumsh.spbu.ru.